ABSTRACT TO THE PH.D. THESIS INTITLED "ORIGAMIS AND PERMUTATION GROUPS"

DAVID ZMIAIKOU

An **origami** is a covering of the torus $\mathbb{T}^2$, possibly ramified above the origin. This object was introduced by William P. Thurston and William A. Veech in 1970s. An origami can be viewed as a finite collection of copies of the unitary square that are glued by translations. Thus, un origami is a particular case of a translation surface, that is, an element of the moduli space of Riemann surfaces equipped with a holomorphic 1-form.

An n-square origami O corresponds to a pair of permutations $(\sigma, \tau) \in S_n \times S_n$ defined up to conjugation. The group $\mathcal{M}on(O)$ generated by such a pair is called the **monodromy group** of O. We say that an origami is **primitive** if its monodromy group is a primitive permutation group. There is a natural action of $\mathrm{GL}_2(\mathbb{Z})$ on the origamis, the stabilizer of an origami O for this action is the **Veech group** denoted by $\mathrm{GL}(O)$. The monodromy group is an invariant of the $\mathrm{GL}_2(\mathbb{Z})$-orbits.

In the chapter 3 of the thesis, we show that the monodromy group of any primitive n-square origami in the stratum $\mathcal{H}(2k)$ is either A_n or S_n if $n \geq 3k+2$, and we find the exact bound when $2k+1$ is prime. The same proposition is true for the stratum $\mathcal{H}(1,1)$ if $n \neq 6$. In the chapter 4, we consider the **regular** origamis, *i.e.* the origamis for which the number of squares equals the order of the monodromy group. We construct new families of origamis and investigate their strata and Veech groups. Also, we estimate the number of distinct $\mathrm{GL}_2(\mathbb{Z})$-orbits and strata of regular origamis with a given monodromy group. In order to find a lower bound for alternating origamis, we prove that each permutation in A_n which fixes few points is the commutator of a pair generating A_n. In the chapter 6, we study a subgroup property of $\mathrm{PSL}_2(\mathbb{Z})$ that is related to the property to be the Veech group of an origami.

Keywords: origami, translation surface, Riemann surface, stratum, $\mathrm{GL}(2,\mathbb{Z})$-orbit, Veech group, monodromy group, permutation group, Nielsen equivalence, T-system

RÉSUMÉ DE LA THÈSE INTITULÉE "ORIGAMIS ET GROUPES DE PERMUTATION"

DAVID ZMIAIKOU

Un **origami** est un revêtement du tore $\mathbb{T}^2$, éventuellement ramifié au-dessus de l'origine. Cet objet a été introduit par William P. Thurston et William A. Veech dans les années 1970. Un origami peut être vu comme un ensemble fini de copies du carreau unitaire qui sont collées par translations. Ainsi, un origami est un cas particulier d'une surface de translation, un élément de l'espace des modules de surfaces de Riemann munies d'une 1-forme holomorphe.

Un origami O avec n carreaux correspond à une paire de permutations $(\sigma, \tau) \in S_n \times S_n$ définie à conjugaison près. Le groupe $\mathcal{M}on(O)$ engendré par une telle paire s'appelle le **groupe de monodromie** de O. On dit qu'un origami est **primitif** si son groupe de monodromie est un groupe de permutation primitif. Il y a une action naturelle du groupe $\mathrm{GL}_2(\mathbb{Z})$ sur les origamis, le stabilisateur de O pour cette action est le **groupe de Veech** désigné par $\mathrm{GL}(O)$. Le groupe de monodromie est un invariant des $\mathrm{GL}_2(\mathbb{Z})$-orbites.

Dans le chapitre 3 de la thèse, nous montrons que le groupe de monodromie de tout origami primitif à n carreaux dans la strate $\mathcal{H}(2k)$ est A_n ou S_n si $n \geq 3k+2$, et nous trouvons la borne exacte quand $2k+1$ est premier. La même proposition est vraie pour la strate $\mathcal{H}(1,1)$ si $n \neq 6$. Dans le chapitre 4, nous considérons les origamis **réguliers**, *i.e.* ceux pour lesquels le nombre de carreaux est égal à l'ordre du groupe de monodromie. Nous construisons de nouvelles familles d'origamis intéressantes et cherchons leurs strates et groupes de Veech. Nous estimons également le nombre de $\mathrm{GL}_2(\mathbb{Z})$-orbites et strates distinctes des origamis réguliers ayant un groupe de monodromie donné. Afin de trouver une borne inférieure pour les origamis alternés, nous prouvons que chaque permutation dans A_n qui fixe peu de points est le commutateur d'une paire engendrant A_n. Dans le chapitre 6, nous étudions une propriété de sous-groupes de $\mathrm{PSL}_2(\mathbb{Z})$ qui est liée à la propriété d'être le groupe de Veech d'un origami.

Mots clés : origami, surface de translation, surface de Riemann, strate, $\mathrm{GL}(2,\mathbb{Z})$-orbite, groupe de Veech, groupe de monodromie, groupe de permutation, équivalence de Nielsen, T-système